

## LAHENDUSED 11.KLASS

### 1. Vastus: Laamad moodustavad 50% imporditud loomadest.

#### Lahendus:

Olgu  $x$  imporditud laamade arv,  $y$  imporditud lõvide arv ja  $z$  imporditud jõehobude arv. Teame, et kokku võtavad loomad ruumi  $(15x + 21y + 25z)m^2$ . Laamad võtavad sellest ruumist  $15x m^2$ , mis on ühtlasi 40% kogu ruumist ja lõvid võtavad  $21y m^2$ , mis on ühtlasi 35% kogu ruumist. Saame võrrandid:

$$\frac{15x}{15x + 21y + 25z} = 40\% = \frac{2}{5}$$
$$\frac{21y}{15x + 21y + 25z} = 35\% = \frac{7}{20}$$

Avaldame  $z$  esimesest võrrandist:  $z = \frac{45x-42y}{50}$ . Seejärel asendame  $z$  teise võrrandisse:

$$\frac{21y}{15x + 21y + 25 \frac{45x - 42y}{50}} = \frac{7}{20}$$
$$\frac{21y}{15x + 21y + 22,5x - 21y} = \frac{42y}{75x} = \frac{7}{20}$$

Avaldame  $y$  saadud võrrandist:  $y = \frac{7 \cdot 75}{20 \cdot 42} x = \frac{5}{8} x$ .

Asendme saadud  $y$  väärtuse võrrandisse  $z = \frac{45x-42y}{50}$ ,

$$\text{saame } z = \frac{45x - 42 \cdot \frac{5}{8}x}{50} = \frac{180x - 105x}{200} = \frac{3}{8} x.$$

Seega laamad moodustavad  $\frac{x}{x+y+z} = \frac{x}{x + \frac{5}{8}x + \frac{3}{8}x} = \frac{x}{2x} = 50\%$  kogu loomadest.

#### Hindamine:

$$\text{Saadud võrrandid } \frac{15x}{15x+21y+25z} = \frac{2}{5} \text{ ja } \frac{21y}{15x+21y+25z} = \frac{7}{20}: \quad 3\text{p}$$

$$\text{Saadud } y = \frac{5}{8}x \text{ ja } z = \frac{3}{8}x: \quad 3\text{p}$$

Leitud lõppvastus: 1p  
7p

Ainult õige vastuse eest anda 0p.

## 2. Vastus: $x = 1$

Lahendus:

Teisendame võrratuste süsteemi:

$$\begin{cases} x^3 - x^2 + 3x - 3 \geq 0 \\ 4x^3 - 4x^2 - x + 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2(x - 1) + 3(x - 1) \geq 0 \\ 4x^2(x - 1) - (x - 1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 + 3)(x - 1) \geq 0 \\ (4x^2 - 1)(x - 1) \leq 0 \end{cases}$$

Märkame, et  $x^2 + 3 > 0$  iga reaalarvulise  $x$  korral. Seega esimene võrratus on samaväärne võrratusega  $x - 1 \geq 0$ . Saame süsteemi:

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ (4x^2 - 1)(x - 1) \leq 0 \end{cases}$$

Teise võrratuse lahendame intervallmeetodiga, saame vastuseks  $x \in \left[-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

Ehk

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \in \left[-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; 1\right] \end{cases}$$

Kust saame, et  $x = 1$

Hindamine:

Teisendatud süsteem kujule  $\begin{cases} (x^2 + 3)(x - 1) \geq 0 \\ (4x^2 - 1)(x - 1) \leq 0 \end{cases}$  2p

Lahendatud 1.võrratus 2p

Lahendatud 2.võrratus 2p

Leitud lõppvastus: 1p

**7p**

*Märkus:* ainult vastuse eest anda 0p

### 3. Vastus: 1834 ja 183

#### Lahendus:

Kõigepealt on selge, et kui üks arv saadakse teisest ühe numbri kustutamise teel, siis peab summa 2017 saamiseks üks arvudest olema nelja- ja teine vastavalt kolmekohaline. Samuti on selge see, et kustutatav number on kindlasti neljakohalise arvu viimane number, sest vastasel korral jääks kummagi arvu üheliste number samaks ning nende arvude kokku liitmisel ei saa tulemuseks olla arv, mille üheliste numbriks on 7.

Esitame neljakohalise arvu kujul  $10x + y$ , kus  $x$  on mingi kolmekohaline arv ning  $y$  on number 0-st 9-ni. Kustutades ühelise numbri, jääb teiseks arvuks  $x$ , seega peab kehtima  $10x + y + x = 2017$ . Võrrandist  $11x + y = 2017$  saame seega ainsa võimaluse  $x = 183, y = 4$ . Seega on otsitavateks arvudeks 1834 ja 183.

#### Hindamine:

Põhjendus, et ainus kustutatav number saab olla üheliste number	2p
Neljakohalise ja kolmekohalise arvu esitamine sobival kujul	2p
Võrrandi koostamine	1p
Võrrandist lahendite leidmine ja põhjendus, et see on ainus	<u>2p</u>
	<b>7p</b>

Ainult õige vastuse eest anda 1p

Kui on olemas põhjendus, et ainus kustutatav number saab olla üheliste number ja antud õige vastus, siis kokku anda 3p

#### 4.

##### Lahendus:

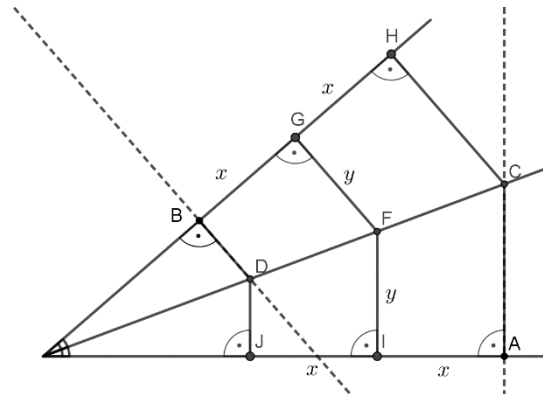
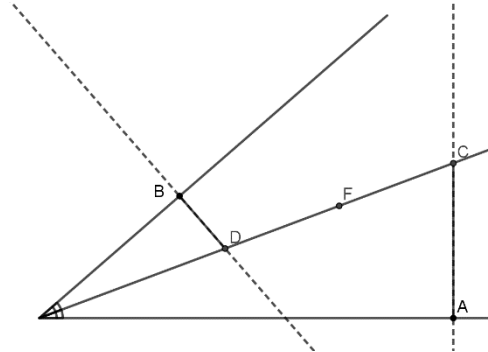
Konstrueerime ülesande tingimustele vastava joonise ja tõmbame nurgapoolitajal asuvatest punktidest C ja D ning lõigu CD keskpunktist F ristlõigud nurga haaradele. Siis  $FI = FG = y$ ,  $DB = DJ$  ja

$CH = CA$ . Sel moel on tekkinud kaks võrdset täisnurkset trapetsit  $BDCH$  ja  $JDCA$ .

Kuna F on kummagi trapetsi haara DC keskpunkt, siis  $FG$  ja  $FI$  osutuvad vastavate trapetsite kesklõikudeks, mistõttu  $BG = GH = JI = IA = x$ .

Seega  $BF = FA$ , sest kummalgi juhul saab vastava lõigu avaldada Pythagorase teoreemiga:

$$BF = \sqrt{x^2 + y^2} = FA.$$



##### Hindamine:

Ülesande tingimustele vastav joonis	1p
Joonise täiendamine lahenduseks vajalike lõikudega	1p
Nurgapoolitajalt kahele poole tõmmatud ristlõikude võrdsuse teadmine	1p
Nurga haaradel tekkivate lõikude võrdsuse põhjendus	2p
Pythagorase teoreemi rakendamine ja järeldus	2p
	<b>7p</b>

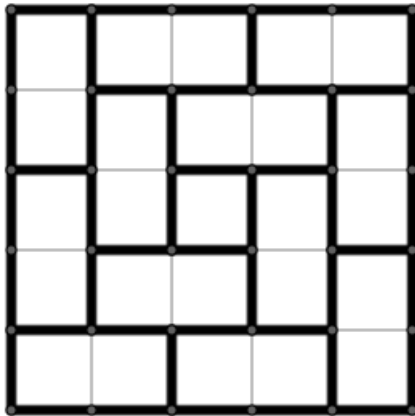
**5. Vastus: a) on võimalik. b)ei ole võimalik.**

Lahendus:

a) On võimalik.

Näiteks saame täita suure kuubi järgmiselt:

Täidame kõik viis 5x5 tasandit selliselt, et keskmine kuubik jääb tühjaks (vt. joonis) ning seejärel paneme ühe 1x1x2 risttahuka esimese ja teise tasandite keskele ning teise 1x1x2 risttahuka neljanda ja viienda tasandite keskel. Nii jääb tühjaks keskel olev kuubik.



b) Ei ole võimalik. Värvime 1x1x1 kuubikud kahte värvi – valgeks ja mustaks selliselt, et kõrvuti olevad kuubikud oleksid erinevat värvi. Sellise värvimismeetodi puhul, ükskõik kuhu me paigutame risttahuka 2x1x1, koosneb see ühest valgest kuubikust ja ühest mustast.

Värvime nii, et kuubik koordinaatidega (1;1;1) (ehk kuubi tipus olev kuubik) on must. Siis (1;1;2) on valge.

Kokku on suures kuubis 125 kuubikut, millest 63 on mustad ja 62 on valged. Kuna (1;1;2) on valge, siis jääb 63 musta ja 61 valget kuubikut, ehk täitmiseks peab vähemalt üks 2x1x1 risttahkudest koosnema kahest mustast kuubikust, mis on võimatu.

Hindamine:

- |    |  |           |
|----|--|-----------|
| a) | õige lahendi näitamise eest  | 2p        |
| b) | Must - valgeks värvimine   | 2p        |
|    | Märkamine, et iga 1x1x2 risttahukas sisaldab nii musta, kui ka valget kuubikut | 1p        |
|    | Tõestamine, et selline täitmine ei ole võimalik                                | 2p        |
|    |  | <b>7p</b> |

Ainult õige vastuse eest anda 0p.